

## भारतीय गणित परंपरा

मानवाच्या उत्क्रांतीमध्ये अनेक शोधांची गणना 'क्रांती' या शब्दानेच करावी लागेल. वाफेचे इंजिन, विमाने, मोबाईल्स, संगणक, इंटरनेट असे अनेक क्रांतीकारक शोध आहेत. त्यामुळे जन-सामान्यांच्या जीवनात आमूलाग्र बदल घडून आलेले आहेत. Mathematics is a queen of all Sciences. संख्या किंवा गणन क्रिया यांच्या बाबतचे संशोधन ही सुद्धा एक क्रांतीकारक घटना आहे. गणिताचे संशोधन आणि दशमान पद्धती ही भारताची बहुमूल्य देणगी असल्याचे सर्व जगानेच मान्य केलेले आहे. वेदांग ज्योतिषातील एका श्लोकात यथार्थपणे असे म्हटले आहे की,

यथा शिखा मयूराणां नागानां मणयो यथा।  
तथैव सर्व शास्त्राणां गणितम् मूर्धनी स्थितम्॥

ज्याप्रमाणे मोराच्या मस्तकावरील तुरा, नागाच्या फण्यावरील मूल्यवान मणी, त्याप्रमाणे सर्व शास्त्रांच्या शिरोभागी गणित आहे.

भारतीय वेद वाङ्मय हे साऱ्या जगातील सर्वात जुने वाङ्मय आहे असे मान्य केले जाते. वेदांची रचना सुमारे पाच सहस्र वर्षापूर्वी झालेली असावी असेही म्हटले जाते. त्या वेद वाङ्मयात संख्या आहेत आणि गणनही आहे. निरनिराळे आकार आणि त्यांची मोजमापे आहेत. मोज-मापनांसाठी निरनिराळी एकके आहेत. लांबी मापन, कालमापन, क्षेत्रमापन, भारमापन यांचा उल्लेख प्राचीन भारतीय वाङ्मयात आहे. तसेच भारतीय वाङ्मयात जे खगोलशास्त्र आणि स्थापत्यशास्त्र आहे त्यामध्ये उपयोजित गणिताचा भरपूर आधार घेतलेला आहे. प्राचीन भारतीय साहित्यात ऋग्वेद, यजुर्वेद, अथर्ववेद आणि सामवेद हे चार प्रमुख वेद आहेत. चार वेदांची चार ब्राह्मणे आणि चार आरण्यके आहेत. सहा वेदांगे आहेत. अठरा उपनिषदे आहेत. शुल्बसूत्रे, संहिता ग्रंथ, छंद शास्त्र, अक्षर गणवृत्ते, याज्ञवल्कांचे गणित कार्य इत्यादी अनेक साहित्यातून भारतीय गणिताचे प्रकटीकरण झालेले आहे. श्रुत आणि श्रौत वाङ्मय यांचाही समावेश प्राचीन भारतीय साहित्यात आहे.

भारतीय गणिताच्या इतिहासाकडे नजर टाकली असता असे दिसून येते की, ही गणित परंपरा मोहन्जोदडो व हडप्पा येथील सिंधु संस्कृतीच्या अधिपासूनची आहे. तेथे उत्खननात सापडलेली वजनेमापे, मोजपट्टी, विविध बांधकामे, रस्ते, भांड्यांवरील आकृती, यज्ञवेदींचे भौमितिक आकार, हे सर्व गणिताच्या प्राथमिक ज्ञानाचे पुरावे आहेत. संख्या पद्धतीचे मूळ ही वेद वाङ्मयात आहे.

प्राचीन भारतीय ग्रंथांपैकी काही ग्रंथ अपौरुषेय आहेत असे म्हटले जाते. त्या ग्रंथांचे रचते कोण आहेत हे शोधणे अशक्य आहे. अनेक ऋषींच्या मनन-चिंतनातून हे साहित्य निर्माण झालेले आहे. ऋग्वेद हा जगाचा आद्यग्रंथ आहे असे मान्य करण्यात आलेले आहे. ऋग्वेद मंडल दोन मधील आठरावे प्रातः स्मरण सूक्त आहे. त्यामध्ये दशमान पद्धतीतील संख्यांचा उल्लेख आहे. ऋग्वेदातील तिसऱ्या मंडलातील नवव्या सूक्तामध्ये देवांची संख्या ३३०९ आहे असे विधान आहे. 'त्रीणि शता त्री सहस्राण्यग्निं त्रिंशच्च देवाः।' म्हणजे 'शता' आणि 'सहस्र' ह्या दशगुणोत्तरी संज्ञांचाही उल्लेख आढळून येतो. ऋग्वेदातील सुमारे शंभराच्यावर सूक्तांमध्ये संख्यांचा संदर्भ आला आहे. यजुर्वेदातल्या १८ व्या अध्यायातील २४ व्या ऋचेमध्ये एक (१), तिस्रश्च(३), पञ्च (५), सप्त (७), नव (९), एकादश (११), त्रयोदश (१३)... त्रयस्त्रिंशत् (३३). याप्रमाणे एक पासून तेहेतीस पर्यंतच्या सर्व क्रमागत विषम संख्यांचा उल्लेख आहे. तसेच २५ व्या ऋचेमध्ये चतस्र (४), अष्टौ (८), द्वादश (१२), षोडश (१६), विंशति (२०), ... अष्टाचत्वारिंशत् (४८) पर्यंतच्या चारच्या पूर्ण पटीत असणाऱ्या (अंकगणित श्रेढी AP) संख्यांचा उल्लेख आहे. अथर्व वेदातील ५ व्या कांडातील सूक्त क्रमांक १५ मध्ये दश (१०), विंशतिः (२०) त्रिंशच्च (३०), चत्वारिंशत् (४०)... शतं (१००), सहस्रं (१०००) या दहाच्या पूर्ण पटीतील संख्यांचा उल्लेख आहे. ऋग्वेदात दहाव्या अध्यायात (१/४), (१/२), (३/४) या अपूर्णाकांचा उल्लेख आहे. शतपथ ब्राह्मण ग्रंथात (१/३), (२/३) या अपूर्णाकांचा उल्लेख आहे. यजुर्वेदातल्या १८ व्या अध्यायात (१/२), (३/२), (५/२), (७/२) या अपूर्णाकांचा उल्लेख

आहे. वेदांमध्ये संख्यांचा उल्लेख आढळतो. म्हणजेच गणनासाठी उपयुक्त संख्याज्ञान वेद काळापासून उपलब्ध आहे. यजुर्वेदाच्या १८ व्या अध्यायातील दुसऱ्या कांडात एकं (१), दश (१०), शतम् (१००), सहस्रम् (१०००), अयुतम् (१००००), नियुतम् (१०००००), प्रयुतम् (१००००००), अर्बुदम् (१०००००००), न्यर्बुदम् (१००००००००)... परार्ध (१०<sup>१८</sup>) या दशगुणोत्तरी संख्यांचा उल्लेख आहे. म्हणजे दशमान पद्धतीचे मूळ वेद वाङ्मयात आहे.

शून्य ही भारताने जगाला दिलेली खास देणगी आहे. भारतीय गणितज्ञांनीच शून्याला प्रथम संख्येमध्ये स्थान दिले आणि भारतीय गणितींनीच आपापल्या ग्रंथांमध्ये शून्यच्या गणिती गुणधर्मांचे स्पष्टीकरण दिले आहे. त्यासंबंधातील ऋचा ही सर्वज्ञात आहे. तिला शांती मंत्र असेही म्हटले जाते.

ॐ पूर्णमदः पूर्णमिदं पूर्णात् पूर्णम् उदच्यते।  
पूर्णस्य पूर्णमादाय पूर्णमेवाव शिष्यते॥

(या श्लोकातील 'पूर्ण' या शब्दाचा अर्थ काहीजण 'शून्य' असे गृहित धरतात तर काही जण 'पूर्ण' चा अर्थ 'अनंत' असे मानतात.)

अथर्व वेदाच्या १४ व्या कांडातील दुसऱ्या सुक्तातील १९ व्या श्लोकात असे म्हटले आहे की,

'शून्येषी निऋते बसजगन्धत्तिष्ठारते प्रधतमहे संस्या॥'

तसेच अथर्व वेदातील १४ व्या कांडातील पहिल्या सुक्तातील ४१ व्या श्लोकात असे म्हटले आहे की,

'खे खस्य खे खे ऽ नसः युगस्य शत फलो॥' येथे शून्य साठी 'ख' या अक्षराचा उपयोग केलेला आहे.

०, १, २, ३, ४, ...९ या हिंदू-अरेबिक अंक चिन्हांचा उल्लेख 'बक्षाली' हस्तलिखितांमध्ये असल्याचे आढळून आले आहे. [बक्षाली (या पेशावर पासून चाळीस किलोमीटर अंतरावर असलेल्या) गावी मिया-अन्वान-उद्दिन या पोलीस इन्स्पेक्टरच्या शेतात सापडलेल्या भूर्ज पत्रांवरील लेखनाला बक्षाली हस्तलिखिते असे म्हटले जाते.] ही हस्तलिखिते सध्या इंग्लंडमधील एका संग्रहालयात असून त्यांचे नुकतेच 'कार्बन डेटिंग' करण्यात आले आहे. त्यांचा काळ (सुमारे) ख्रिस्तपूर्व २०० वर्षे असावा असे आढळून आले आहे. '० (शून्य)' या अंकचिन्हाचा उल्लेख ग्वाल्हेरच्या किल्ल्यातील चतुर्भुज मंदिरातील शिलालेखात आहे. दशमान पद्धतीने संख्या लेखन करताना 'अंकांनाम् वामतो गतीः।' हा नियम पाळला जातो. प्रत्येक अंकाला एक दार्शनिक किंमत (Face Value) असते आणि एक स्थानिक किंमत (Place Value) असते.

आर्यभट (जन्म सन ४७६) यानेही एक संख्यालेखन पद्धती प्रस्थापित करण्याचा प्रयत्न केला होता. त्याने सन ४९९ मध्ये 'आर्यभटीय' हा ग्रंथ लिहिला. त्यात एक संख्यालेखन पद्धती होती. परंतु ती फार क्लिष्ट असल्याने पुढे अनुसरण्यात आली नाही.

सन ६८३ मध्ये हरिदत्त याने लिहिलेल्या 'ग्रहाचार निबंधन' या ग्रंथात 'कटपयादी पद्धतीची' विस्तृत माहिती दिलेली आहे. आचार्य शंकरनारायण यांनी लिहिलेल्या 'लघुभास्करीय विवरण' या ग्रंथात कटपयादी पद्धत वापरली आहे. पंधराव्या शतकात होऊन गेलेल्या संगम ग्राम (केरळ) येथील आचार्य माधव यांनी जी 'ज्या-कोष्टके (sine-tables)' तयार केली आहेत ती पूर्णतः कटपयादी पद्धतीनुसार आहेत. शंकरवर्मन यांनी कटपयादिचे विवरण पुढीलप्रमाणे केले आहे.

नञअवश्च शून्यानी संख्या कटपयादिः।

मिश्रेतु अपान्यहल संख्या न च चित्यो हल स्वरः॥

छंद सूत्राच्या पहिल्या अध्यायात पिंगलाचार्यांनी गणांची संख्या दिलेली आहे. 'लघु' आणि 'गुरू' यांच्या मिश्रणाने तयार होणाऱ्या तीन अक्षरी शब्दांना गण अशी संज्ञा आहे. गण हे पिंगलाचार्यप्रणीत द्विमान संख्यांच्या स्वरूपात दर्शविले जातात.

गॉट्फ्रिड लायबनिझ या गणितज्ञाने १६९५ मध्ये 'बायनरी नंबरस' चा शोध लावला. त्या अगोदार सुमारे २००० वर्षे (इसवीसन पूर्व ३०० वर्षे) भारतीय गणितींना द्विमान संख्या माहीत होत्या. बौधायन, आपस्तंब आणि कात्यायन यांनी शुल्बसूत्रांमध्ये वर्गमुळे शोधण्याच्या पद्धती दिलेल्या आहेत. बक्षाली हस्तलिखितांमध्ये वर्गमुळे शोधण्याची अभिनव पद्धत आहे. आर्यभटीय ग्रंथामध्ये पाचव्या श्लोकात घनमूल शोधण्याची पद्धत दिलेली आहे. बुद्धिबळ हा खेळ म्हणजे प्राचीन भारताने जगाला दिलेली बहुमोल देणगी आहे. ऋग्वेदातील पहिल्या मंडलाच्या १५ व्या अध्यायातील २१ व्या सूक्तामध्ये यज्ञमुंडांचे प्रकार दिलेले आहेत. १) गार्हपत्य (चौरसाकार) २) आहवनीय (वर्तुळाकार) ३) दक्षिण (अर्धवर्तुळाकार) या तिन्ही यज्ञकुंडांचे मुख क्षेत्रफळ समान असणे अपेक्षित होते. यावरून परीघ आणि व्यास यांच्या गुणोत्तराची किंमत ( $\pi$ ) आणि दोनचे वर्गमूल ( $\sqrt{2}$ ) या अपरिमेय संख्यांची आसन्न (सुमारे) किंमत ठरविण्यात आली होती. शतपथ ब्राह्मण ग्रंथात विविध नियमित आकृत्यांचे क्षेत्रफळ शोधण्याबद्दल विचार दिलेला आहे. त्यासाठी लांबीची विविध परिमाणे निश्चित (प्रमाणित) केली आहेत. विष्णु पुराणाच्या पहिल्या अध्यायातील तिसऱ्या प्रकरणात कालमापनाची स्थूल आणि सूक्ष्म एकके आहेत. काष्ठा, कला, मुहूर्त, दिवस, महिना, अयन आणि वर्ष ही स्थूल कालमापनाची एकके आहेत. परमाणू, अणू, त्रसरेणू, त्रुटी, वेध, लव, निमेष, क्षण, लघु, नाडिका, ही सूक्ष्म कालमापनाची एकके होती.

आर्यभट (४७६) ते भास्कराचार्य द्वितीय (११९३) हे भारतीय गणित परंपरेतील सुवर्णयुग मानले जाते. भारतीयांनी द्विमान पद्धती, त्रिकोणमिती, कलनशास्त्र या गणित उपशाखांचा पाया घातला. गणितशास्त्राची बीजे प्रथम भारतात रुजली-वाढली. हिंदूस्थानातून ती अरबांकडे गेली आणि अरबांकडून ती रोपे युरोपात गेली. पाश्चात्य गणितींनी काही रोपांचे वटवृक्षात रुपांतर केले ही वस्तुस्थितीही आहे.

गणिती	कालावधी	ग्रंथांची नाव
आर्यभट (प्रथम)	इ.स.४७६	आर्यभटीय/अश्मक तंत्र, आर्यसिद्धांत
वराहमिहिर	इ.स. ५०५-५८७	पंच सिद्धांतका, बलस्मिता, सूर्यसिद्धांत रोमक सिद्धांत, योग यात्रा, दैवज्ञावल्लभ
ब्रह्मगुप्त	इ.स. ५९८-६६८	ब्रह्मस्फूट सिद्धांत, खंडखाद्यक, कोडोमिकेल
भास्कराचार्य (प्रथम)	इ.स. ६२०	महाभास्करीय, लघुभास्करीय
आचार्य लाला	इ.स. ७२०-७९०	शिष्यादी विधीदातंल, ज्योतिबराथकोसा
आचार्य महावीर	इ.स. ८००-८७०	गणि सार संग्रह
आचार्य शंकरनारायण	इ.स. ८४०-९००	लघुभास्करीय विवरण
आचार्य श्रीधर	इ.स. ८७०-९३०	प्रतिगणितसार, बीजगणित, नवसती
आचार्य विजयानंद	इ.स. ९४०-१०१०	कर्ण तिलक
आचार्य वटेश्वर	इ.स. १०१०-१०६८	वटेश्वरसिद्धांत
आर्यभट (द्वितीय)	इ.स. ९२०-१०००	महासिद्धांत
आचार्य श्रीपती	इ.स. १०१९-१०६६	धीकोटीडकरण, ध्रुवमानस, सिद्धांतशेखर
आचार्य महादेव	इ.स. १०६३-११३०	कर्ण प्रकाश
भास्कराचार्य	इ.स. १११४-११९३	लीलीवती, बीजगणित, गोलाध्याय, गणिताध्याय, करणकुतुहल, वशिष्टतुल्य

सन १२९४ ते सन १८३९ पर्यंतचा कालावधी हा केरळमधील गणितींचा होता असे म्हणता येते. उत्तरेकडील गणिताचे केंद्र दक्षिणेकडे सरकले असे म्हणता येईल.

- संग्राम निवासी माधव (इ.स. १३४० ते १४२५) :- आज साईन, कोसाईन, पाय यांच्या किमती देणाऱ्या शृंखला न्यूटन, ग्रेगरी आणि लायब्रिझ यांच्या नावाने ओळखल्या जातात. त्या माधवाने त्यांच्या अगोदर सुमारे २५० वर्षे सिद्ध केल्या होत्या. आता या शृंखला 'माधव-न्युटन' व 'माधव-ग्रेगर' या नावांनी ओळखल्या जातात.
- नारायण पंडित (इ.स. १३४०-१४००) :- यांचे (i) कर्मदीपिका आणि (ii) बीजगणित वतंस हे ग्रंथ प्रसिद्ध आहेत.
- नीलकंठ सोमयाजी (इ.स. १४४४-१५४४) :- यांनी तंत्रसंग्रह हा ग्रंथ लिहिला.  $\pi$  च्या किमतीची त्यांची शृंखला जगप्रसिद्ध आहे.
- जेष्ठदेव (इ.स. १५०० ते १६००) यांनी 'युक्तिभाषा' हा ग्रंथ मल्याळी भाषेत लिहिला. तो कॅल्क्युलसवरचा प्रथम ग्रंथ आहे.
- गणेश दैवज्ञ (इ.स. १५०७) हे महाराष्ट्राच्या अलिबाग जिल्ह्यातील नंदिग्राम या गावचे आहेत. त्यांनी १३ व्या वर्षी 'ग्रहलाघव' ग्रंथ लिहिला.
- चित्रभानू (इ.स. १५३०) यांनी विविध प्रकारच्या 'एकसामयिक डायफंटाइन समीकरणांची' पूर्णांकी उत्तरे शोधण्याची पद्धती दिली.
- शंकर वर्मन (इ. स. १७८४-१८३९) यांनी 'सदरत्नमाला' या नावाचा ग्रंथ लिहिला.  $\pi$  ची १७ दशांश स्थळापर्यंतची किंमत शोधली. ह्या बाबतच्या श्लोकात अनेक 'शब्दांक' आहेत.

भारतातील गणित परंपरेतील अनेक थोर नावे सांगता येतील. श्रीनिवास रामानुजन ( सन १८८७ ते १९२०) कै. दत्तात्रय रामचंद्र कापरेकर (सन १९५० ते १९८६) ही दोन जागतिक कीर्तीची नावे आहेत. भारती कृष्ण तीर्थ शंकराचार्य महाराज (सन १८८४ ते १९६०) यांना वैदिक गणिताचे आधुनिक प्रवर्तक असे म्हटले जाते. सोळा सूत्रे आणि तेरा उपसूत्रे यांच्या मदतीने त्यांनी गणित मांडण्याचा विषय हाताळला. त्यांनी लिहिलेल्या 'वैदिक गणित' या पुस्तकाचे डॉ. व्ही. एस. अग्रवाल यांनी संपादन करून तो ग्रंथ दिल्लीच्या मोतीलाल बनारसीदास पब्लिशर्स प्रा. लिमिटेड यांनी प्रकाशित केला आहे. (काही जणांनी मात्र केवळ तो एकच ग्रंथ म्हणजे संपूर्ण वैदिक गणित अशी गैरसमजूत करून घेतलेली आहे.) वेदांवरील श्रद्धेमुळे सर्व प्राचीन भारतीय गणितालाच 'वैदिक - गणित' असे संबोधण्यात यावे अशी इच्छा पूजनीय शंकराचार्य (गोवर्धन पीठाचे १४३ ने पिठाधिपती) भारती कृष्ण तीर्थजी महाराज यांनी व्यक्त केली होती. आजही भारतीय गणित प्रेमींमध्ये थोर भारतीय गणित परंपरा जतन करून ठेवलेली असल्याचे आढळून येते. विशेषतः संगणक क्षेत्रात भारतीय मुलाधार असणाऱ्या अनेक गणितींची नावे अग्रक्रमाने घेतली जातात.

'माझ्या देशातल्या समृद्ध गणित परंपरेचा मला अभिमान आहे आणि त्या परंपरेचा पाईक होण्याची पात्रता माझ्या अंगी यावी म्हणून मी सदैव प्रयत्न करीन' अशी प्रतिज्ञा प्रत्येक भारतीयाने घेण्याची आवश्यकता आहे.

प्रा. दिलीप कृष्णाजी गोटखिंडीकर

माजी अध्यक्ष : महाराष्ट्र गणित अध्यापक महामंडळ

संपादक : गणित : छंद - आनंद त्रैमासिक

"कृष्णप्रभा", ८, सौभाग्यनगर,

गंगापूर रोड, नाशिक - ४०० ०१३.

दूरध्वनी : (०२५३) २३११४७९,

भ्रमणध्वनी : ९८२२०६१२२८

Email : dkgotkhindikar@gmail.com

•••